Une nouvelle structure d'observateur

Sette Diop

Une nouvelle structure d'observateur
A new observer structure

Sette Diop

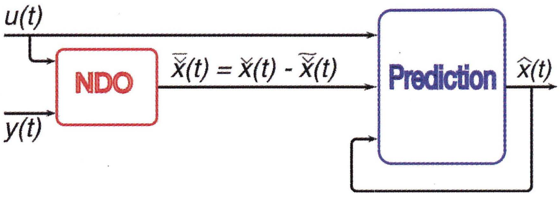
Abstract *An observer structure has been proposed with features such as ``nonpeaking'', ``bounded'' and with quasi explicit algorithms for its design. These new potentialities are attribuable to both the structure of the data feedback and the introduction of regularized numerical differentiation schemes of sampled data.*

La question de l'estimation en temps réel d'une variable *x(t)* d'un système dynamique $\dot{x} = f(t,x,u)$ est essentielle en automatique. En effet, les bonnes réponses à cette question rendent possibles l'implantation de commandes $u = u(t,x)$ par retour d'état, le diagnostic et la surveillance d'un système en exploitation, et parfois, un gain économique substantiel en remplaçant un capteur trop encombrant, trop cher, ou peu fiable par un simple algorithme programmé dans un processeur de calcul. D'ailleurs, n'est-ce pas le filtre de Kalman qui, par son succès dans l'aérospatial depuis les années 1960, a permis l'émergence de notre discipline, l'automatique. La preuve que le filtre de Kalman est une solution au problème de l'estimation suppose que le modèle $f(t,x,u)$ est linéaire $f(t,x,u) = F(t)x + G(t)u$. L'immense succès résulte de ce que cet estimateur temps réel a d'excellentes propriétés de convergence tout en tolérant quelques inévitables imprécisions à la fois du modèle lui-même et des mesures $y(t) = h(t,x) = H(t)x$ délivrées par les capteurs. Appliqué aux modèles non linéaires la validité du filtre de Kalman devient locale en ce que la convergence de l'estimateur $\hat{x}(t)$ n'est garantie que si ce dernier a été initialisé suffisamment près de $x(t_0)$. De combien $\hat{x}(t_0)$ doit être près de $x(t_0)$? Il est souvent difficile d'en donner une bonne estimation. De plus, le filtre de Kalman étendu n'a pas cette propriété essentielle d'un estimateur, à savoir la bornitude vis-à-vis des incertitudes de mesure. Une faiblesse notoire du filtre c'est la difficulté à vérifier a priori les hypothèses qui autorisent son utilisation. Enfin rappelons que la complexité en charge de calcul du filtre de Kalman peut également le rendre inutilisable dans certaines applications.

C'est ainsi que la recherche sur l'estimation temps réel non linéaire a continué d'occuper de très nombreux collègues dans le monde. Une nouvelle approche est explorée depuis le début des années 1990. Elle repose sur une analyse algébrique différentielle du problème d'estimation qui nous a conduit à une notion d'identifiabilité ou d'observabilité qui est explicit (et dont on peut confier la vérification à des systèmes de calcul symboliques) ainsi qu'à une nouvelle structure d'observateur dans laquelle la complexité du calcul du gain du filtre de Kalman étendu disparaît, mais apparaît la nécessité d'utiliser la différentiation numérique régularisée. De ce fait le caractère de problème inverse mal posé de la question de l'estimation fait surface à travers la différentiation numérique qui en est l'exemple type bien connu en analyse numérique. Le caractère de problème inverse de l'estimation est intuitivement clair puisqu'il s'agit d'extraire une information connue à travers un modèle qui se présente sous la forme d'une cause produisant un effet et où l'effet, *y(t)* est connu ainsi qu'une partie de la cause, *u(t)* l'autre partie de la cause *x(t)*, étant précisément l'inconnu à déterminer. Est-ce que ce problème inverse est mal posé au sens d'Hadamard ? Formellement cela reste à être prouvé. Le génie du filtre de Kalman linéaire est sans doute d'en avoir trouvé une solution *dynamique* qui ne consiste pas en une inversion algébrique du problème mais en la construction d'un système dynamique qui se contente de produire une sortie qui converge *asymptotiquement* vers $x(t)$. La structure proposée, elle, inverse différentiellement algébriquement le problème. C'est là toute sa faiblesse, mais aussi sa force car elle a le mérite de produire une solution explicit contrairement au filtre de Kalman étendu.

La nouvelle structure d'observateur

Le schéma fonctionnel suivant montre les deux composantes de l'observateur ainsi que leur interaction.



Les données disponibles à l'utilisateur en temps réel, *u(t), y(t),* sont traitées d'abord dans un bloc notée NDO pour *numerical differentiation observer* ; ce bloc fournit une estimation retardée, $\bar{\breve{x}}(t) = \breve{x}(t) - \bar{\bar{\breve{x}}}(t)$, de l'état. Le retard τ, ($\breve{x}(t)$= x(t-τ)) est en général *connu* de l'utilisateur ; il est directement lié à la longueur de la fenêtre de données utilisée pour estimer les dérivées, et son choix résulte d'un compromis entre la précision de l'estimation des dérivées et la nécessité de filtrer le bruit sur ces données. Le symbole $\bar{\bar{\breve{x}}}(t)$ représente l'erreur d'estimation de $\breve{x}(t)$. Des exemples de différentiateurs numériques sont montrés dans les références ci-dessous. Le retard est alors compensé à l'aide du modèle du système dans le bloc noté *Prediction* dans le schéma précédent. La prédiction est décrite par les équations suivantes.

Initialisation : pour t ≤ t_0 + τ,

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x},u), \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0$$

Prédiction de t - τ à t pour t ≥ t_0 + τ :

$$\frac{d}{ds}\bar{x}(s) = f(\bar{x}(s),u(s))$$
$$\bar{x}(t - \text{tau}) = \bar{\breve{x}}(t)$$

Filtrage pour t ≥ t_0 + τ :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\bar{x},u) + K(\bar{x} \quad \hat{x})$$
$$\hat{x}(t_0) = \bar{x}(t_0)$$

Le symbole K représente un gain. A l'inverse du filtre de Kalman où il serait calculé à travers la résolution en ligne d'une équation de Riccati, K est une matrice constante très facile à calculer. Le contenu du bloc NDO n'est pas explicité ici. Outre la différentiation numérique, il contient l'expression de l'état du système en fonction des données. Cette expression est donnée de façon explicite par l'approche algébrique de l'observabilité. La convergence de cet observateur est exponentielle sous des hypothèses mineures.

Pour plus de détails sur cette approche des observateurs non linéaires le lecteur pourra consulter les quelques publications ci-dessous ainsi que les références qu'elles contiennent.

Références

[1] S. Diop, "Observers for sampled data nonlinear systems via numerical differentiation", Proceedings of the European Control Conference, Kos, Greece, 2007.

[2] S. Diop, V. Fromion, J. W. Grizzle, "A global exponential observer based on numerical differentiation," Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, 2001.

[3] S. Diop, J. W. Grizzle, P. E. Moraal, A. G. Stefanopoulou, "Interpolation and numerical differentiation for observer design," Proceedings of the American Control Conference, 1994.

1.6 Estimation et modélisation
Estimation and modeling

Pour comprendre ou commander un système il est souvent très utile de le modéliser puis d'identifier les paramètres inconnus éventuels du modèle sur la base de mesures effectuées sur le système. Le modèle ainsi obtenu sert, pendant l'exploitation du système, à prévoir ou surveiller son comportement, voire à modifier ce dernier, auquel cas il faut souvent faire appel de nouveau à des techniques d'estimation. La complexité des modèles utilisés n'est pas en rapport nécessairement avec celle de la physique du système mais plutôt avec le degré de précision souhaité. Quant aux algorithmes d'estimation, parfois appelés capteurs logiciels, ce sont bien des compagnons des capteurs physiques, qu'ils peuvent d'ailleurs parfois remplacer de façon avantageuse du point de vue coût, encombrement, ou fiabilité.

Sujets

1. Modélisation de systèmes biologiques
Le domaine de la biologie est extrêmement actif, et présente de réels besoins d'organisation et de représentation des connaissances. Nous avons développé une activité de modélisation à base de connaissance, simplification de modèles et estimation sur données en épidémiologie et microbiologie, en collaboration avec l'INRA.

2. Modélisation boîte noire (ou grise) à l'aide du krigeage
Le krigeage est une méthodologie issue des géostatistiques, où elle s'est développée dans le contexte de l'exploration minière. Cette méthodologie est maintenant utilisée de plus en plus pour des applications en ingénierie. Elle permet de construire des modèles de prédiction simples soit à partir de données uniquement, soit en intégrant des connaissances a priori pour transformer le modèle boîte noire en un modèle boîte grise. Cette activité est conduite en collaboration avec le Département Signaux et Systèmes Electroniques.

3. Estimation par analyse par intervalle
L'analyse par intervalles permet d'effectuer d'une façon globale et garantie les tâches de base en estimation non linéaire de paramètres ou de variables d'état que sont la minimisation d'une fonction coût ou la caractérisation de l'ensemble des vecteurs de paramètres ou d'état qui sont compatibles avec des erreurs acceptables. Les résultats peuvent être rendus remarquablement robustes à des données aberrantes.

4. Techniques algébriques différentielles et numériques pour l'estimation
Nombre de questions rencontrées dans le domaine de l'estimation de systèmes dynamiques sont de nature structurelle et algébrique différentielle. Il en est ainsi des questions d'identifiabilité, d'observabilité, etc. Les algorithmes d'estimation eux relèvent plutôt de l'analyse numérique et font appel aux notions d'approximation de solutions de problèmes souvent mal conditionnés voire mal posés.

To understand or control a system it is often extremely useful to model it, and then to identify the unknown parameters of this model, if any, based on measurements carried out on the system. The model thus obtained may be used, during the operation of the system, to predict or monitor its behaviour, or to modify it. In the latter case, estimation techniques often need to be invoked again. The model complexity is not necessarily comparable to that of the knowledge-based description of the system; it is rather related to the degree of accuracy that is required. Estimation algorithms, sometimes called software sensors, are companions of physical sensors. They may even be used in lieu of some sensors for their lower price, smaller size, and durability.

Topics

1. Modeling of biological systems
Biology is a very active area, with acute needs in knowledge structuration and modeling. Our activity has been focused on knowledge-based modeling, model simplification and estimation from experimental data in the field of epidemics and microbiology in collaboration with partners from INRA (National Institute for Agronomic Research).

2. Black (ou grey) box modeling via Kriging
Kriging, a methodology initially developed by geostatiticians in the context of mining, is increasingly used in engineering applications. It makes it possible to build simple prediction models either uniquely from data (or simulations of complex knowledge-based models) or while incorporating some degree of prior knowledge, which transforms the black-box model into a grey box model. This activity is carried out in connection with the Signal and Electronic Systems Department.

3. Estimation via interval analysis
Interval analysis makes it possible to achieve, in a global and guaranteed way, basic tasks in nonlinear parameter or state estimation such as minimizing a cost function or characterizing the set of all parameter or state vectors that are consistent with acceptable errors. The results can be made remarkably robust to outliers.

4. Differential algebraic and numerical techniques for estimation
Many questions which are encountered in system estimation bear some structural and differential algebraic nature. That is the case of identifiability, observability, etc. Estimation algorithms rather stem from numerical analysis, and they appeal on notions of approximation of solutions of problems which are often ill-conditionned, or even ill-posed.

Pour tout renseignement s'adresser à : *For further information, please contact:*

Sette DIOP
L2S - Division Systèmes
Campus de Gif
Tél. : 33 (0) 1 69 85 17 30
E-mail : sette.diop@lss.supelec.fr

Béatrice LAROCHE
L2S - Division Systèmes
Campus de Gif
Tél. : 33 (0) 1 69 85 17 22
E-mail : beatrice.laroche@lss.supelec.fr

Éric WALTER
L2S - Division Systèmes
Campus de Gif
Tél. : 33 (0) 1 69 85 17 11
E-mail : eric.walter@lss.supelec.fr

RECHERCHE
RESEARCH
2009 / 2011

Supélec